Proposition de démonstration
de la conjecture de Goldbach

Rémy Aumeunier
Amateur

24 Juillet 2020

La conjecture de Goldbach est l'assertion mathématique non démontrée qui s'énonce comme suit : Tout nombre entier pair supérieur à 2 peut s'écrire comme la somme de deux nombres premiers. Formulé en 1742 par Christian Goldbach, c'est l'un des plus vieux problèmes non résolus de la théorie des nombres et des mathématiques. Elle partage avec l'hypothèse de Riemann et la conjecture des nombres premiers jumeaux le numéro 8 des problèmes de Hilbert [1].

1 Préambule

Cette présentation fait suite à de nombreux échanges sur différents forums modérés, français ou anglais, ils ont permi de rendre cette proposition de démonstration la moins ambiguë possible, tout en répondant aux éventuelles questions, je remercie les relecteurs pour leurs contributions.

2 Test de primalité

Dans cette proposition de démonstration de la conjecture de Goldbach [2] j'utilise un test de primalité basé sur deux prérequis.

-Tout nombre composé à un facteur premier inférieur à sa racine carrée.
-À partir de $n = p \cdot q + r$ si $r = 0$ alors n est divisible par un nombre premier $< \sqrt{n}$.

$$n \in N, E_q = \{q \quad premier \mid q \leq \sqrt{n}\}$$

si $\forall q \in \ E_q, (n) mod(q) \neq 0$ alors n est un nombre premier.

1. Lors du deuxième congrès international des mathématiciens, tenu à Paris en août 1900, David Hilbert , présenta une liste de problèmes qui tenaient jusqu'alors les mathématiciens en échec.

2. Le 7 juin 1742, le mathématicien prussien Christian Goldbach écrit au mathématicien suisse Leonhard Euler une lettre à la fin de laquelle il propose la conjecture suivante :Tout nombre strictement supérieur à 2 peut être écrit comme une somme de deux nombres premiers.

Pour appréhender la démonstration qui suit, il faut considérer que chaque calcul $(n)mod(q)$ constitue une mesure ,et si toutes les mesures sont différentes de zéro alors, n est un nombre premier, parce que tout nombre composé à un facteur premier inférieur à sa racine carrée.

$$R_n = \begin{pmatrix} (n)mod(2) = \{1\} \\ (n)mod(3) = \{1,2\} \\ (n)mod(5) = \{1,2,3,4\} \\ (n)mod(7) = \{1,2,3,4,5,6\} \\ \cdots \\ \cdots \\ (n)mod(q_{max}) = \{1,\cdots,(q_{max}-1)\} \end{pmatrix}$$

Donc si un entier à toutes ces décomposition sous forme de modulo constituer de valeur différente de zéro alors, cet entier est un nombre premier, à condition de respecter le domaine de définition bien sûr $q_{max} \leq \sqrt{n}$.

3 Conjecture de Goldbach

Pour démontrer la conjecture de Goldbach, je fais l'hypothèse qu'il existe un entier pair $2n > 2$ qui n'est pas décomposable en somme de 2 nombres premiers.

$$n \in N$$

$$E_p = \{p \quad premier \mid p < 2n\}$$

$$E_q = \{q \quad premier \mid q \leq \sqrt{2n}\}$$

J'ai donc une liste ou un ensemble E_p avec tous les nombres premiers éligibles à la décomposition en somme de $2n$, et un deuxieme ensemble E_q qui va être utilisé pour tester le résultat de la décompositionde $(2n-p)$. Puis comme :

$$(2n-p)mod(q) = (2n)mod(q) - (p)mod(q)$$

Si $2n$ n'est pas décomposable en somme de 2 nombres premiers alors :

$$\forall p \in \ E_p, \exists q \in E_q, 2n \equiv (p)mod(q)$$

Un exemple numérique avec $2n = 300$ et $p = 41$, qui ne décompose pas $2n$ en somme de 2 nombres premiers.

$2n = 300, \sqrt{300} = 17.3..., E_q = \{2,3,5,7,11,13,17\}, E_p = \{2,3,5,7,...\mathbf{41},...283,293\}$

$$R_{2n}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ (\cdots)mod(7) = \mathbf{6} \\ 3 \\ 1 \\ 11 \end{pmatrix} - R_p \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ (\cdots)mod(7) = \mathbf{6} \\ 8 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} .. \\ .. \\ .. \\ \mathbf{0} \\ .. \\ .. \\ .. \end{pmatrix} = 7 \cdot 37 + \mathbf{0}$$

Ici, si je fais l'hypothèse que que 300 n'est pas décomposable, cela implique que tous les nombres premiers inférieurs à 300 partagent au moins une valeur avec l'ensemble R_{2n}, mais cela n'est pas possible, parce que je peux créer, fabriquer ou construire un ensemble avec des valeurs différentes de 0 et de $(2n)mod(q)$ et cet ensemble sera un nombre premier, et décomposera $2n$ parce que par construction, la valeur obtenue sera plus petite, et n'aura aucun zéro, dans sa représentation sous forme de modulo. Donc tout nombre pair est décomposable en somme de 2 nombres premiers,parce que je peux créer, fabriquer ou construire un tel ensemble.

$$\{(p)mod(q)\} \neq \{(2n)mod(q)\}$$

3.1 Remarque

Cette notion peut aussi être utilisée pour justifier la conjecture de Legendre [3] ou la conjecture des nombres premiers jumeaux. Je peux créer, fabriquer ou construire un ensemble R_p avec des valeurs différentes de 0 tel que $(R_p - 2) \neq 0, \exists$, et cela, quelle que soit la taille de l'ensemble R_p.

4 Démonstration analytique

À partir des restes ou de la décomposition de $(2n - p)$ en modulo.

$$\begin{pmatrix} (2n-p)mod(2) \\ (2n-p)mod(3) \\ (2n-p)mod(5) \\ ... \\ (2n-p)mod(q_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (2n)mod(2) - (p)mod(2) \\ (2n)mod(3) - (p)mod(3) \\ (2n)mod(5) - (p)mod(5) \\ ... \\ (2n)mod(q_n) - (p)mod(q_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_1 - (p)mod(2) \\ r_2 - (p)mod(3) \\ r_3 - (p)mod(5) \\ ... \\ r_n - (p)mod(q_n) \end{pmatrix}$$

Je fais l'hypothèse qu'il existe un entier pair $2n$ qui n'est pas décomposable en somme de 2 nombres premiers. Cette hypothèse implique que tous les nombres premiers $< 2n$ sont de la forme $n \cdot q + r_n$, mais cela n'est pas possible parce que le théorème de Lejeune-Dirichlet [4] démontre qu'il y a une infinité de nombres premiers de la forme $k \cdot p + q$, avec p et q premiers entre eux. Donc il existe un nombre premier tel que $p_n = k \cdot p + n$ avec $n \notin \{r_1, r_2, r_3, ...r_n\}$ et ce nombre premier décomposera $2n$ parce qu'il n'y aura aucun zéro dans la représentation sous forme de modulo du résultat de $(2n - p_n)$.

3. La conjecture de Legendre et la conjecture des nombres premiers jumeaux font partie des quatre problèmes à propos des nombres premiers qu'Edmund Landau présenta lors du congrès international des mathématiciens de 1912 à Cambridge. En 2020, ils ne sont pas résolus.

4. Le théorème de la progression arithmétique est une généralisation du théorème d'Euclide sur les nombres premiers. Sa première démonstration est due au mathématicien allemand Gustav Lejeune Dirichlet en 1838, cela fait appel aux résultats de l'arithmétique modulaire

5 Mode opératoire, décomposition de $2n$

Après avoir appréhendé comment et pourquoi $2n$ peut être décomposable. Je propose de créer, fabriquer ou construire un tel ensemble, parmi toutes les solutions possibles, l'une des méthodes les moins polémiques, consiste à remarquer que dans l'ensemble fini dénombrable des modulos de $2n$, et cela $\forall\ 2n$, il existe toujours un ou des nombres premiers $\in E_q$ qui seront absents de cette ensemble, parce que je ne peux pas créer un ensemble avec, tous les nombres premiers $< \sqrt{2n}$, et l'un de ces nombres premiers absents décomposera $2n$, parce qu'il n'y aura aucun zéro de présent, dans la représentation sous forme de modulo de $(2n - p_{abs})$. Donc tout nombre pair est décomposable en somme de 2 nombres premiers.

6 Note de l'auteur

Frustrant, non ? Je peux toujours décomposer $2n$ en somme de 2 nombres premiers, parce qu'il n'existe pas d'entier pair qui a une décomposition sous forme de modulo où tous les nombres premiers $< \sqrt{2n}$ sont présents. Oui mais non, il s'avère que je peux aussi construire toute une arithmétique à partir de ces ensembles , chose qui reste à définir, sauf erreur de ma part bien sûr. Dans tous les cas, merci pour votre attention.

Références

[1] Conjecture de Goldbach.

[2] Conjecture de Legendre.

[3] Conjecture des nombres premiers jumeaux, triplés, quadruplés .

[4] distribution asymptotique des nombres premiers

[5] Un concept très personnel (le dénominateur commun de forme)